



7º CONGRESO FORESTAL ESPAÑOL

**Gestión del monte: servicios
ambientales y bioeconomía**

26 - 30 junio 2017 | Plasencia
Cáceres, Extremadura

7CFE01-089

Edita: Sociedad Española de Ciencias Forestales
Plasencia. Cáceres, Extremadura. 26-30 junio 2017
ISBN 978-84-941695-2-6

© Sociedad Española de Ciencias Forestales

Errores de estimación de variables dasométricas usando datos LiDAR y comparación con los errores de estimación obtenidos en un inventario tradicional

SASTRE PADIAL, L.¹, TORDESILLAS TORRES, A.¹, MAURO GUTIÉRREZ, F.², PASCUAL CASTAÑO, C.¹, MANZANERA DE LA VEGA, J.A.¹

¹ (Grupo de investigación SILVANET). E.T.S.I. Montes. Universidad Politécnica de Madrid

² Forest Engineering Resources and Management. College of Forestry. Oregon Sate University

Resumen

En el presente estudio se comparan los errores de estimación obtenidos al estimar, en una zona de 147 ha, los valores medios de las variables: volumen (V), área basimétrica (G), biomasa total (BT), densidad (N), diámetro cuadrático medio (dg) y altura dominante (Ho). El estudio se llevó a cabo en la ladera de la Peña del Águila, Cercedilla. Inicialmente se realizó un muestreo de campo con una densidad de 1 parcela/hectárea. Estas mediciones de campo se relacionaron con los datos LiDAR adquiridos en la zona y se obtuvieron estimaciones de las variables mencionadas. Mediante el método de bootstrap se calcularon los errores de estimación con todo el conjunto de datos de campo. Posteriormente, éste mismo proceso se repitió reduciendo el número de parcelas empleadas de forma que se simulasen menores intensidades de muestreo. Lo errores obtenidos se compararon con los errores de estimación obtenidos usando sólo los datos de campo (inventario tradicional). Los resultados muestran que, los datos LiDAR permiten reducir de forma significativa los errores de estimación desde un 10% a un 50% dependiendo de la variable. Sin embargo, los errores de estimación usando inventario tradicional son también bajos (<15%) sin necesidad de emplear densidades de muestreo elevadas.

Palabras clave

LiDAR, ABA, errores de estimación, información auxiliar.

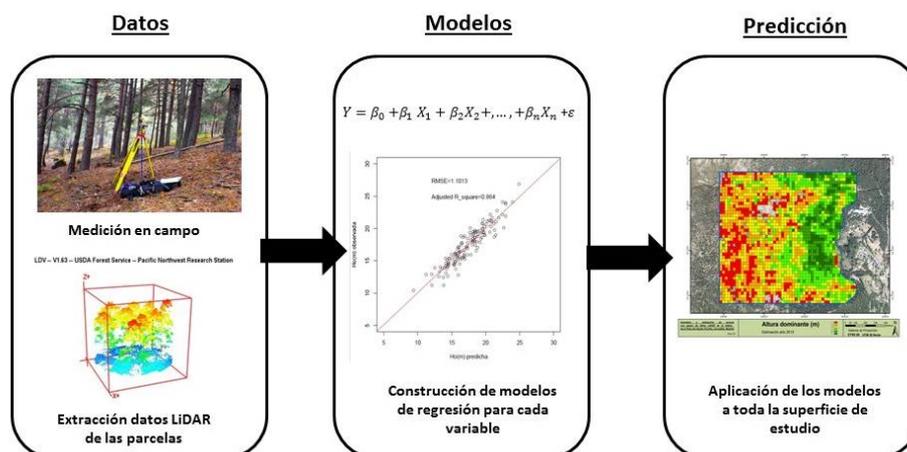
1. Introducción

Los inventarios forestales constituyen la parte fundamental de la planificación de la ordenación forestal con fines de aprovechamiento y manejo sustentable, ya que permiten determinar de manera cualitativa y cuantitativa el potencial del recurso forestal. Teniendo en cuenta los errores de muestreo requeridos habitualmente, el trabajo de campo demandado para no superarlos es desmesurado. Y este hecho hay que sumar la situación económica actual y el cada vez menor valor de nuestros montes en términos económicos, que hace que en muchas ocasiones su gestión sea inviable, con el riesgo que conlleva para la persistencia de los mismos. Ante esta situación es necesario buscar alternativas viables a los inventarios clásicos, explotando para ello las oportunidades que ofrecen las nuevas tecnologías, entre las que sin duda figura el LiDAR (*Light Detection and Ranging*).

Diversos estudios han demostrado la eficacia de esta tecnología a la hora de estimar variables forestales ya que éstas están altamente correlacionadas con la información auxiliar proveniente de este tipo de sensores. La mayor parte de los estudios desarrollados hasta la fecha en los que se emplean variables LiDAR para estimar variables de interés forestal se han realizado empleando el método basado en áreas (Area Based Approach o ABA) (NÆSSET 2002). Bajo este método, el área de estudio es cubierto por una malla que contiene información auxiliar para cada pixel. Los pixeles tienen una superficie similar al de las parcelas de inventario y son considerados como elementos poblacionales. El método ABA se basa en la construcción y aplicación de unos modelos de regresión

para la estimación de las variables objetivo a nivel de parcela, rodal o monte. Así, cada una de las variables dasométricas medidas en campo se relaciona con parámetros estadístico obtenidos a partir de la nube de puntos LiDAR en esas mismas parcelas. Dichos parámetros actúan como variables independientes en los modelos de regresión que, posteriormente, se aplican a toda la superficie de estudio, permitiendo obtener estimadores de valores medios y totales poblacionales de las variables objetivo (NÆSSET 2002, BREIDENBACH Y ASTRUP 2012).

Figura 1: esquema de inventario LiDAR según el método ABA (TORDESILLAS 2014)



La información auxiliar proveniente de un escáner aerotransportado (ALS), en combinación con el método ABA, ha sido extensamente utilizada para los inventarios forestales durante las dos últimas décadas. Además, esta metodología supone una notable reducción de las parcelas de muestreo o, lo que es lo mismo, una reducción de los recursos necesarios (CONDÉS ET AL. 2013). Por lo tanto, se puede decir que una vez la tecnología LiDAR ha demostrado su eficacia y precisión en la estimación de la mayoría de las variables forestales, los retos se sitúan actualmente en intentar aprovechar la información que aportan para reducir los esfuerzos de inventario y predecir los crecimientos de variables forestales a partir de la repetición de vuelos LiDAR.

2. Objetivos

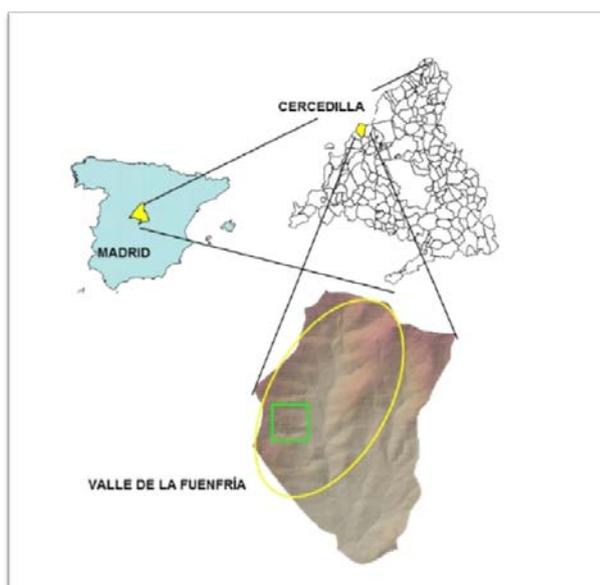
El objetivo del presente trabajo es analizar cómo varían los errores de estimación de diferentes variables forestales, en un inventario de *Pinus sylvestris*, al incorporar información auxiliar LiDAR en una zona de extensión similar a un cantón. Para la comparación de los errores de inventario se considerarán distintas densidades de muestreo con y sin empleo de datos LiDAR.

3. Metodología

3.1. Zona de estudio

El área de estudio se encuentra en el Valle de la Fuenfría, en el término municipal de Cercedilla (Madrid). Se trata de un valle con orientación Norte - Sur y cuyo intervalo altitudinal oscila entre los 1250 metros sobre el nivel del mar y los 2050 metros. Ésta es una zona de 147,5 ha de pinar prácticamente monoespecífico de *Pinus sylvestris* donde esporádicamente aparecen individuos de *Quercus pyrenaica*.

Figura 2 : Ubicación de la zona de estudio. El Valle de la Fuenfría (elipse amarilla) se localiza en el término municipal de Cercedilla (Madrid). El recuadro verde presenta el área de estudio sobrevolada con el sensor LiDAR (PASCUAL ET AL. 2008)



3.2. Datos de campo

Para el desarrollo del presente trabajo, se midieron en 2013-2014 60 parcelas circulares de 18 metros de radio distribuidas por toda la superficie según un muestreo sistemático y, en 2015, otras 80 parcelas más de 15 metros de radio dispuestas según un muestreo aleatorio simple. En todas las parcelas se midieron los diámetros de todos los árboles presentes con diámetro superior a 5 cm y las alturas de los siete más gruesos de cada una de las parcelas. Además, en las parcelas replanteadas en el año 2015 se obtuvieron barrenas de edad de los dos árboles dominantes y barrenas de crecimiento de cuatro árboles de clases diamétricas distintas de cada parcela.

Ambos inventarios fueron sincronizados y llevados al 2013 a través de un modelo de crecimiento que relacionaba el diámetro con el incremento en área basimétrica en cinco años consecutivos. Para cada árbol medido en 2015, se predijo y substrajo el crecimiento correspondiente a dos años consecutivos asumiendo que el crecimiento anual durante cinco años consecutivos permanecía constante. Por lo tanto, el inventario total constó de 140 parcelas distribuidas por toda el área de estudio, lo que supone una intensidad de muestreo del 6,67%.

Emplear dos inventarios de campo desfasados en el tiempo 2 años no es una situación ideal, sin embargo, este tipo de practica es frecuente en inventarios LiDAR y ha sido empleada por diversos autores (e.g. MEANS ET AL. 2000). Si bien; los errores resultantes del modelo de crecimiento no se contemplan en este trabajo es importante mencionar que:

1. El modelo de crecimiento desarrollado fue un modelo de crecimiento a nivel de árbol y se estableció con datos recopilados específicamente en el área de estudio. Cabe por tanto esperar que parte de los errores derivados del modelo de crecimiento se compensen al obtener datos agregados por parcela y por tanto el impacto de estos errores sea relativamente moderado.
2. Por otro lado, el presente trabajo se centra en comparar estimaciones realizadas con y sin datos LiDAR para una fecha común, 2013. Es decir, los modelos de crecimiento afectaran de una forma similar a las estimaciones obtenidas por cada uno de los dos métodos.

Las parcelas se georreferenciaron para relacionarlas posteriormente con el vuelo LiDAR. La obtención de las coordenadas precisas del centro de las parcelas se con un equipo GNSS de fase bi-frecuencia Topcon HiperPro 2, capaz de recibir señal de las constelaciones GPS y GLONAS. Las observaciones se corrigieron empleando datos de una estación de referencia ubicada en Segovia y gestionada por el Instituto Tecnológico Agrario de Castilla y León.

3.3. Variables a estimar

La densidad (N), el área basimétrica (G), el diámetro cuadrático medio (Dg) y la altura dominante (Ho) de cada una de las parcelas se obtuvieron directamente a partir de las mediciones de campo. El volumen se estimó utilizando una tarifa de una entrada ajustada por TORDESILLAS (2014) a partir de las ecuaciones de (ROJO Y MONTERO 1996) desarrolladas para esta zona. La biomasa total se estimó mediante la aplicación de la tarifa de (MONTERO ET AL. 2005), que es de aplicación nacional y está definida para las principales especies forestales españolas.

3.4. Datos LiDAR

El vuelo LiDAR se realizó en Julio del 2011, empleando un sensor ALS70 HP, con un ángulo de escaneo (FOV) de 14°, una tasa de repetición del pulso láser de 200 kHz y una tasa de escaneado de 73,7 Hz. La distancia media entre pulsos láser fue de 0,29 metros y el área media del pulso es 0,5 m². Esta configuración del vuelo dio lugar a una densidad media de 11,6 puntos/m².

3.4.1. Variables Auxiliares

Los datos resultantes del vuelo fueron procesados y depurados mediante el software FUSION (MC GAUGHEY 2014) antes de su tratamiento para identificar y corregir posibles errores o datos anómalos. Una vez depurados, se procedió a calcular las variables auxiliares que posteriormente se relacionaron con las variables dasométricas. Estas variables auxiliares se calcularon en las parcelas de campo y en los pixeles de una malla de 26,59 metros de lado, lo que equivale a una superficie igual a la de las parcelas de campo.

De todas las métricas obtenidas de la nube de puntos LiDAR se realizó una selección de aquellos parámetros que estuvieran más relacionados con las variables dasométricas y que presentaran ausencia de correlación entre ellos. Estos parámetros obtenidos corresponderán con las variables independientes de los modelos de regresión.

3.5. Comparación de estimadores de regresión frente a inventario clásico

El objetivo de este estudio es comparar los errores cometidos en el inventario, al realizar éste con y sin apoyo de estimadores construidos a partir de datos LiDAR, al ir variando el tamaño de la muestra (número de parcelas de inventario). Para ello se analizaron los valores medios poblacionales de las variables densidad (N), área basimétrica (G), volumen (V), diámetro cuadrático medio (Dg) y biomasa total (BT) obtenidos tan sólo con datos de campo y las estimaciones de dichas variables con apoyo de información LiDAR al ir reduciendo el número de parcelas de campo empleadas.

3.4.2. Estimadores mediante muestreo clásico

La estimación de los valores medios poblacionales a partir de la información de campo se llevó a cabo mediante el muestreo aleatorio simple (MAS). El estimador MAS es un estimador directo, en el sentido de que sólo usa información de las parcelas de campo existentes en la zona de estudio y se comporta muy bien con tamaños de muestra grandes. Sin embargo, como el error cuadrático medio (ECM) sólo depende de sólo depende de los elementos muestreados dentro del área objetivo, puede ser inestable si el tamaño de la muestra es reducido. Para el cálculo de los errores de estimación se

emplearon las fórmulas del MAS, obteniéndose así los errores absolutos y relativo al 95% de confianza.

3.4.3. Estimadores tipo “model assisted” y Cálculo de errores

La estimación de los valores medios para el monte empleando datos lidar se obtienen aplicando estimadores sintéticos basados en modelos (“model based estimators”). Para la estimación de las variables de interés se construyeron modelos de regresión lineal múltiple que permiten predecir dichas variables a partir de las variables auxiliares. Una vez validados, estos modelos se aplicaron a todos los píxeles de la población, lo que permitió estimar el valor de las variables dasométricas a nivel de monte.

Los modelos construidos tienen la siguiente forma $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_p X_{ki} + u_i$, donde Y_i representa el valor de la variable (G, N, Ho, Dg, V y BT) en el elemento poblacional i . Sin embargo, las hipótesis de normalidad y homocedasticidad no se cumplieron en algunas de las pruebas realizadas cuando se consideraba la variable sin transformar (G, N, Dg, V y Bt). Por ello, se realizó una transformación logarítmica de las variables dependientes, consiguiendo así verificar las hipótesis requeridas por el modelo de regresión lineal múltiple, obteniendo modelos comparables a aquellos empleados por otros autores (MAURO ET AL. 2013, TORDESILLAS 2014). Así, los modelos finales presentaron la siguiente forma $\hat{Y}_v = CF_v e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n)}$. Donde CF_v es el factor corrector del sesgo para cada variable, que permite contrarrestar el sesgo sistemático que introduce la transformación logarítmica inversa (PICARD 2012). La aplicación de los modelos a cada pixel en los que se dividió el área de estudio permitió efectuar una cartografía de las estimaciones para cada variable.

$$CF = e^{\left(\frac{ECM}{2}\right)}$$

Dado que gran parte de los modelos incluyen transformaciones logarítmicas, la obtención de forma analítica de estimadores del error cuadrático medio de las estimaciones de totales y medias poblacionales es compleja, por esta razón, las estimaciones a nivel de monte y los errores cometidos se calcularon empleando el método de bootstrap. El método Bootstrap es un método de remuestreo que permite aproximar el sesgo o la varianza de un análisis estadístico y construir intervalos de confianza. Dicho procedimiento consistió en realizar, para cada variable, 1000 remuestreos con reemplazamiento. Con cada una de esas submuestras se volvieron a ajustar los modelos, se volvió a calcular el factor corrector del sesgo (para deshacer la transformación logarítmica en los casos en que fue necesario hacerla) y se aplicaron a la totalidad de los píxeles del monte mediante la función *predict* del software R (DEVELOPMENT CORE TEAM, 2016). Posteriormente se calcularon las medias de los valores obtenidos en todos los píxeles del monte y en cada iteración. El valor estimado de cada variable a nivel de monte es la media de los valores poblacionales obtenidos en las mil iteraciones.

Para estimar la incertidumbre asociada a cada una de las ecuaciones predictoras se empleó la distribución de los valores obtenidos en las 1000 replicaciones, y la media de ellas como valor de referencia. Se calculó la amplitud del intervalo de confianza comprendido entre el percentil 2,5% y del 97,5%. La amplitud de este intervalo en relación al valor de referencia se consideró equivalente a dos veces el error relativo al 95% de probabilidad.

$$Error\ relativo(\%) = \left(\frac{q_{0.975} - q_{0.25}}{2 \cdot Media_n}\right) \cdot 100$$

3.4.4. Reducción del número de parcelas

Para analizar el efecto de la reducción del tamaño de la muestra en los errores de inventario, se repitió el análisis del error de estimación de cada variable para los diferentes tamaños de muestra considerados. Estos tamaños de muestra fueron 120, 100, 80, 60, 40, 20 y 10 parcelas. El procedimiento fue similar al anteriormente descrito, realizándose un bootstrap con 100 remuestreos con reemplazamiento para cada variable y para cada tamaño de muestra. Así se obtiene Y , donde Y es la media poblacional de la variable v , para el tamaño de muestra n y para la iteración i . Posteriormente se analizó la distribución de las medias poblacionales obtenidas y se calcularon los intervalos de confianza de las estimaciones. El valor de referencia para el análisis fue el número de parcelas usadas para la construcción de los modelos de regresión iniciales de cada variable (entre 139 y 134 parcelas).

Tabla 1: Intensidades de muestreo según el número de parcelas empleadas

Tamaño de muestra	Intensidad de muestreo (%)
139	6,672
120	5,760
100	4,800
80	3,840
60	2,880
40	1,920
20	0,960
10	0,480

Para las estimaciones basadas sólo en información de campo, los errores se calcularon con las fórmulas del MAS, aplicadas para cada variable y para cada tamaño de muestra considerado.

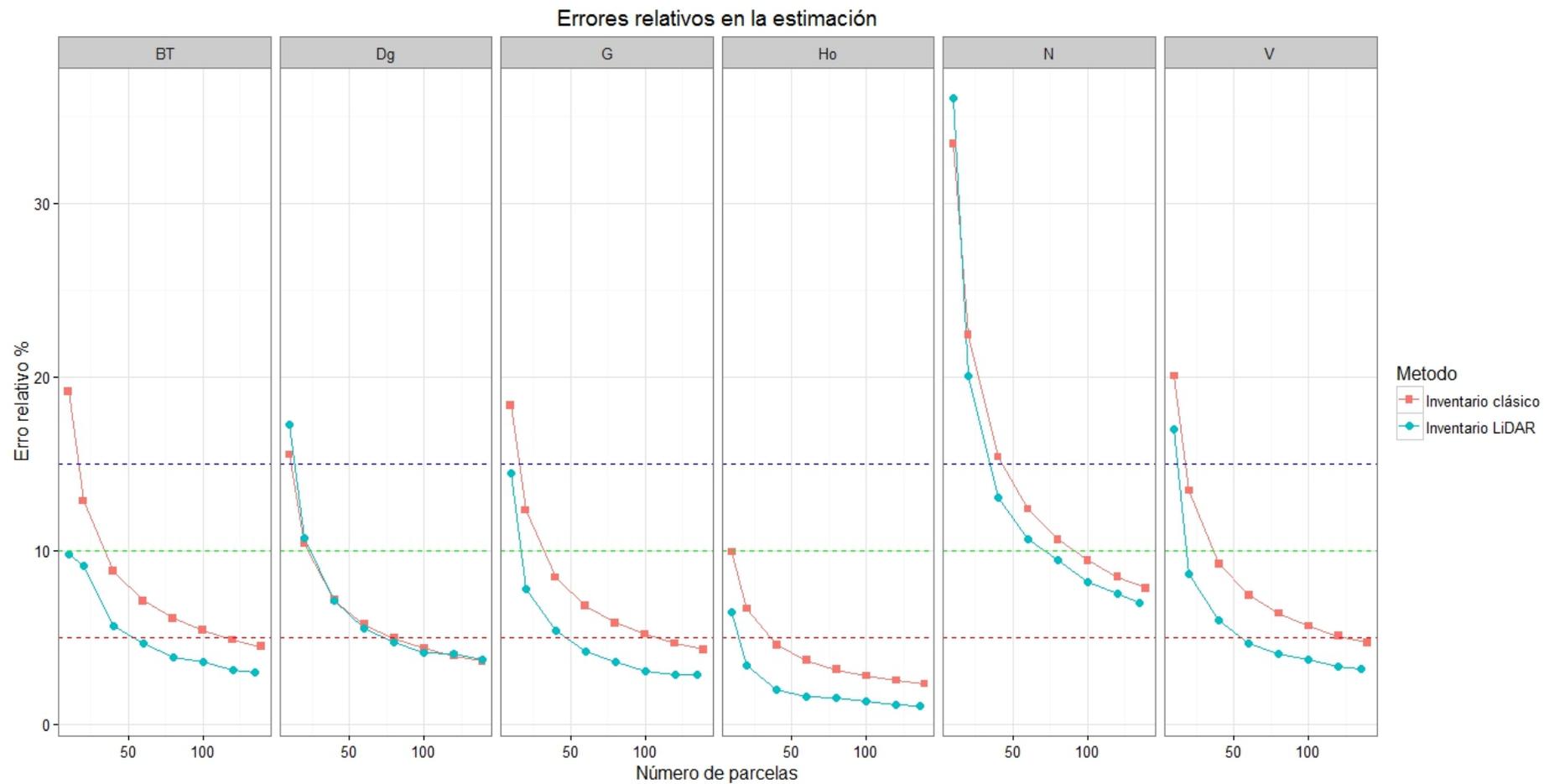
4. Resultados

Los errores relativos de los dos estimadores para cada una de las variables y para cada tamaño de muestra se indican en la Tabla 2. Puede apreciarse que los estimadores por regresión tienen un descenso del error relativo más pronunciado que el estimador MAS.

Tabla 2 : errores de muestreo para estimadores de muestreo aleatorio simple (MAS) y estimadores de regresión al emplear distintos tamaños de muestra. Las variaciones del error relativo se calculan tomando como referencia el error en el inventario clásico (sólo MAS)

Número de Parcelas	Error relativo (%)																	
	BT			Dg			G			Ho			N			V		
	MAS	Reg.	$\Delta(\%)$	MAS	Reg.	$\Delta(\%)$	MAS	Reg.	$\Delta(\%)$	MAS	Reg.	$\Delta(\%)$	MAS	Reg.	$\Delta(\%)$	MAS	Reg.	$\Delta(\%)$
139	4,49	3,00	33,07	3,64	3,73	-2,68	4,30	2,85	33,69	2,32	1,09	53,25	7,83	6,96	11,08	4,70	3,17	32,49
120	4,86	3,10	36,19	3,94	4,07	-3,44	4,66	2,88	38,19	2,51	1,16	54,04	8,47	7,53	11,09	5,09	3,34	34,25
100	5,40	3,58	33,69	4,38	4,10	6,35	5,18	3,03	41,51	2,80	1,33	52,45	9,42	8,20	12,95	5,66	3,70	34,54
80	6,09	3,88	36,28	4,94	4,71	4,67	5,84	3,57	38,80	3,15	1,53	51,42	10,63	9,49	10,72	6,38	4,08	36,04
60	7,10	4,66	34,42	5,76	5,52	4,13	6,81	4,20	38,28	3,67	1,60	56,58	12,39	10,66	13,94	7,44	4,68	37,13
40	8,82	5,64	36,12	7,15	7,13	0,18	8,46	5,40	36,11	4,57	2,02	55,80	15,39	13,04	15,23	9,24	6,01	34,97
20	12,85	9,15	28,80	10,41	10,74	-3,16	12,32	7,77	36,96	6,65	3,37	49,40	22,42	20,08	10,44	13,49	8,67	35,59
10	19,16	9,80	48,83	15,52	17,27	-11,30	18,37	14,45	21,31	9,91	6,43	35,11	33,41	36,04	-7,87	20,06	16,99	15,32

Figura 3 : disminución del error relativo (%) al aumentar el número de parcelas de muestreo empleadas. Las líneas discontinuas marcan el 5%, el 10% y el 15% de error relativo. 8/11



La densidad y el diámetro cuadrático medio son las únicas variables en las que el error cometido mediante el estimador por regresión es superior al del MAS, aunque sólo cuando se consideran todas las parcelas de muestreo (intensidad de muestreo equivalente al 6,72%). Esto puede deberse al peor ajuste que se obtuvo para estas variables, las cuales presentan baja relación con las métricas LiDAR (ANDERSEN ET AL. 2005).

En el resto de variables se puede apreciar que la incorporación de información auxiliar LiDAR permite una reducción significativa de la intensidad de muestreo necesaria para alcanzar errores pequeños. Esta diferencia es más importante cuanto menor es el tamaño de la muestra. Cuando se emplean los datos LiDAR, para todas las variables excepto para la densidad, se obtienen errores inferiores al 5% a partir de 60 parcelas (aproximadamente 1 parcela cada 2,5 ha). Esta densidad de parcelas es la mitad de la necesaria para alcanzar errores similares empleando muestreo clásico (MAS) para algunas de las variables, como por ejemplo el volumen (Figura 3).

5. Discusión

Para la comparación de errores entre el inventario clásico y el inventario con información LiDAR, el error asociado a la estimación de las variables dasométricas se asimila al error de predicción de la variable respuesta media del modelo de regresión construido. En ambos tipos de inventarios, los errores cometidos son inferiores a los demandados normalmente para inventarios forestales. Esto es debido a la gran cantidad de parcelas de muestreo disponibles (140) y a la pequeña extensión del área de estudio (147,3 ha).

Al ir disminuyendo el tamaño de la muestra, los errores cometidos ascienden de forma significativa. Este aumento deja de ser tan pronunciado a partir de 60 parcelas, que corresponde con una intensidad de muestreo de 2,88 % (en este caso equivale a, aproximadamente, 1 parcela cada 2,5 hectáreas). Esta intensidad de muestreo podría establecerse como límite por encima de la cual el aumento de la precisión de las estimaciones es poco significativo.

En el caso de la densidad y del diámetro cuadrático medio, el error cometido en la estimación mediante regresión con el tamaño de muestra inferior ($n=10$) es superior al cometido con el inventario tradicional. Con el mayor tamaño de muestra ($n=139$), el valor de R^2 para N y Dg fue tan solo de 0,61 y 0,43 respectivamente. Por esta razón, emplear datos LiDAR para hacer estimaciones a nivel de monte de estas variables no supone una mejora sensible respecto al inventario clásico.

A la luz de estos resultados, se comprueba que la incorporación de información LiDAR supone una reducción importante de los errores relativos (o de las parcelas necesarias para alcanzar un determinado error) para casi todas las variables dasométricas estudiadas. Estudios anteriores ya comprobaron estos resultados (MAURO ET AL. 2013)

Este estudio se ha llevado a cabo en una zona de pequeña extensión y con un número muy elevado de parcelas de muestreo. Para aplicaciones prácticas, la disminución del error que representa el empleo de tecnología LiDAR en relación a su coste es prácticamente despreciable, por lo que su uso no parece económicamente viable. Cabría esperar que, en zonas de mayor extensión y con intensidades de muestreo adecuadas, la disminución del error de inventario con empleo de datos LiDAR fuese más significativa. Algunos trabajos (ORTUÑO PÉREZ, et al., 2013), han demostrado que, cuando se requieren errores de muestreo del 5%, el uso de tecnología LiDAR puede ser económicamente viable para la realización de inventarios forestales. Sin embargo, estos errores son muy inferiores a los exigidos normalmente en la práctica, que suelen ser del 15 %.

Hay que tener en cuenta que los estimadores empleados en este trabajo son estimadores para valores medios poblacionales. En aplicaciones reales, los gestores requieren información fiable a nivel de rodal o de otras subunidades de gestión. Para ello es necesario el empleo de técnicas de

estimación en áreas pequeñas en las que se considere de forma explícita la variabilidad que puede existir entre subunidades de gestión. Estas técnicas, generalmente técnicas de estimación basadas en modelos (*Model Based*), además, permiten crear cartografía de las estimaciones y de los errores cometidos tanto a nivel de pixel como de rodal. Dentro de estas técnicas cabría destacar las técnicas de estimación en áreas pequeñas (SAE) (RAO y MOLINA, 2015), las cuales producen estimaciones fiables en zonas de pequeña extensión (como rodales o áreas de corta), donde el tamaño muestral es reducido.

Finalmente, desde un punto de vista práctico, es muy importante incidir en que la densidad de puntos LiDAR en este estudio es muy superior a la densidad nominal empleada en el Plan Nacional de Ortofotografía Aérea (PNOA). Si bien experiencias previas, (MALTAMO ET AL. 2006, GONZÁLEZ-FERREIRO ET AL. 2012, RUIZ ET AL. 2014, MAURO 2015) han constatado que la reducción de la densidad de pulsos LiDAR supone pérdidas de pequeña del poder predictivo de los modelos LiDAR, incluso cuando la densidad de puntos se reduce por debajo de 0.5 pts por metro cuadrado, sería conveniente realizar un análisis similar al desarrollado en este estudio, empleando datos específicos del PNOA.

6. Conclusiones

Las conclusiones extraídas de este trabajo son las siguientes:

- Los datos LiDAR permiten estimar con gran precisión las variables dasométricas área basimétrica, biomasa total, altura dominante, diámetro cuadrático medio, densidad y volumen, tanto a nivel de rodal como a nivel de pixel.
- El uso de información auxiliar proveniente del LiDAR, a la hora de realizar inventarios forestales, permite reducir sensiblemente el trabajo de campo para un error de muestreo determinado.
- El uso del método ABA permite obtener cartografía de los valores medios a nivel de pixel para cada variable.

7. Bibliografía

ANDERSEN, H.-E., MCGAUGHEY, R.J., AND REUTEBUCH, S.E. 2005. Estimating forest canopy fuel parameters using LIDAR data. *Remote Sens. Environ.* **94**(4): 441–449.

BREIDENBACH, J., AND ASTRUP, R. 2012. Small area estimation of forest attributes in the Norwegian National Forest Inventory. *Eur. J. For. Res.:* 1–13.

CONDÉS, S., FERNÁNDEZ-LANDA, A., AND RODRÍGUEZ, F. 2013. Influencia del inventario de campo en el error de muestreo obtenido en un inventario con tecnología Lidar. *In Actas del VI Congreso Forestal Español*. Vitoria.

GONZÁLEZ-FERREIRO, E., DIÉGUEZ-ARANDA, U., AND MIRANDA, D. 2012. Estimation of stand variables in *Pinus radiata* D. Don plantations using different LiDAR pulse densities. *Forestry*.

MALTAMO, M., EERIKÄINEN, K., PACKALEN, P., AND HYYPPÄ, J. 2006. Estimation of stem volume using laser scanning-based canopy height metrics. *Forestry*.

MAURO, F. 2015. Estimación de variables dasométricas a partir de datos LiDAR y obtención de modelos de referencia para las distribuciones de alturas y diámetros del arbolado. Available from <http://oa.upm.es/33760/>.

MAURO, F., GARCÍA-GARCÍA, D., GARCÍA-ABRIL, A., MARTÍN-FERNANDEZ, S., NÚÑEZ-MARTÍ, M.V., GONZALEZ-GARCÍA, C., AND AYUGA-TÉLLEZ, E. 2013. Reducción del número de parcelas de muestreo al incorporar información auxiliar LiDAR en la estimación de variables dasométricas. *In Actas del VI Congreso Forestal Español*. Vitoria.

MC GAUGHEY, R.J. 2014. FUSION/LDV: Software for LIDAR Data Analysis and Visualization.
MEANS, J.E., ACKER, S.A., FITT, B.J., RENSLOW, M., EMERSON, L., y HENDRIX, C.J. 2000. Predicting forest stand characteristics with airborne scanning lidar. *Photogramm. Eng. Remote Sens.* **66**(11): 1367–1372.

MONTERO, G., RUIZ-PEINADO, R., MUÑOZ, M., España. Ministerio de Educación y Ciencia, and Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria. 2005. Producción de biomasa y fijación de CO₂ por los bosques españoles. Ministerio de Educación y Ciencia. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria. Available from <https://books.google.com/books?id=j4o41tvIV40C>.

NÆSSET, E. 2002. Predicting forest stand characteristics with airborne scanning laser using a practical two-stage procedure and field data. *Remote Sens. Environ.* **80**(1): 88–99.

PASCUAL, C., GARCÍA-ABRIL, A., GARCÍA-MONTERO, L.G., MARTÍN-FERNÁNDEZ, S., y COHEN, W.B. 2008. Object-based semi-automatic approach for forest structure characterization using lidar data in heterogeneous *Pinus sylvestris* stands. *For. Ecol. Manag.* **255**(11): 3677–3685.

PICARD, N. 2012. Manual de construcción de ecuaciones alométricas para estimar el volumen y la biomasa de los árboles.

RAO, J.N.K., Y MOLINA, I. 2015a. *Small Area Estimation*. John Wiley & Sons. 430 pags

ROJO, A., y MONTERO, G. 1996. El pino silvestre en la Sierra de Guadarrama: historia y selvicultura de los Pinares de Cercedilla, Navacerrada y Valsain. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación, Secretaria General Técnica, Centro de Publicaciones, Madrid. Available from <http://catalog.hathitrust.org/Record/009155802>.

RUIZ, L.A., HERMOSILLA, T., MAURO, F., y GODINO, M. 2014. Analysis of the Influence of Plot Size and LiDAR Density on Forest Structure Attribute Estimates. *Forests* **5**(5): 936–951. doi:10.3390/f5050936.

TORDESILLAS, A. 2014. Estimación y evolución temporal de variables forestales con tecnología LiDAR en el Valle de la Fuenfría (Cercedilla, Madrid).