



# 7º CONGRESO FORESTAL ESPAÑOL

**Gestión del monte: servicios  
ambientales y bioeconomía**

26 - 30 junio 2017 | Plasencia  
Cáceres, Extremadura

---

---

7CFE01-092

---

---

Edita: Sociedad Española de Ciencias Forestales  
**Plasencia. Cáceres, Extremadura. 26-30 junio 2017**  
**ISBN 978-84-941695-2-6**

© Sociedad Española de Ciencias Forestales

## Elección de los parámetros del algoritmo de evolución diferencial en optimización forestal a nivel rodal

ARIAS-RODIL, M.<sup>1\*</sup>, BARRIO-ANTA, M.<sup>2</sup>, GONZÁLEZ-GONZÁLEZ, J.M.<sup>1</sup> y DIÉGUEZ-ARANDA, U.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Unidad de Gestión Forestal Sostenible, Departamento de Ingeniería Agroforestal, Universidade de Santiago de Compostela. Escuela Politécnica Superior, C/ Benigno Ledo, Campus Terra, 27002 Lugo, España.

<sup>2</sup> Grupo de Investigación en Sistemas Forestales Atlánticos (GIS-Forest), Departamento de Biología de Organismos y Sistemas, Escuela Politécnica de Mieres, Universidad de Oviedo, C/Gonzalo Gutiérrez Quirós, 33600 Mieres, España.

\* Autor de correspondencia: [manuel.arias.rodil@gmail.com](mailto:manuel.arias.rodil@gmail.com)

### Resumen

La evolución diferencial (DE, por sus siglas en inglés) es un algoritmo de optimización basado en poblaciones de soluciones, que ha sido empleado recientemente en la optimización a nivel rodal desde el punto de vista económico. El algoritmo depende de cuatro parámetros, que se deben seleccionar antes de la resolución del problema de optimización a nivel rodal y que afectan a la calidad de las soluciones obtenidas. Así, en este trabajo se ha realizado una metaoptimización, que consiste en la optimización de los parámetros del algoritmo, considerando a su vez un procedimiento de optimización a nivel rodal. El problema de base considerado consiste en la maximización del valor esperado del suelo para diferentes rodales de ejemplo de pino marítimo en Asturias, diferenciando por densidad de plantación y calidad de estación. Cada rodal se trata como un problema separado en el que se optimiza el valor de estos parámetros. Los resultados muestran que no existe una tendencia de variación de los parámetros con respecto a las variables que definen los rodales de ejemplo, por lo que se dan recomendaciones de valores generales de los parámetros a utilizar en otros parámetros. Finalmente, existen alternativas a este algoritmo que pueden ser más aconsejables en determinados casos.

### Palabras clave

Pino marítimo, modelo dinámico, valor esperado del suelo, población de soluciones, metaoptimización.

### 1. Introducción

La gestión de cualquier recurso requiere de una fase de planificación que implica un proceso de toma de decisiones. Para la gestión de los recursos forestales se pueden considerar al menos cuatro niveles: árbol, rodal, monte y paisaje (Bettinger et al. 2009, p. 125). El nivel rodal se emplea habitualmente para desarrollar planes de acción para aquellos propietarios que poseen pequeñas superficies forestales. Este es un caso común en el noroeste de España, dónde, por otro lado también es común que los rodales estén formados por árboles de la misma especie y edad.

Para la gestión de estos rodales desde el punto de vista económico se debe decidir el programa selvícola óptimo, definido por el turno y el número, momento e intensidad de las claras, así como el momento de corta final. Si se dispone de un modelo de crecimiento, podemos predecir la evolución de un rodal según un programa selvícola determinado, lo que permite su evaluación de acuerdo a un objetivo específico, como podría ser el beneficio económico, el crecimiento medio anual... La optimización a nivel rodal consiste en el procedimiento de búsqueda automática del mejor programa selvícola de acuerdo a un objetivo específico, considerando la posible existencia de restricciones.

A lo largo de los años se han empleado diferentes técnicas que se pueden dividir en dos grupos según requieran la discretización de variables de decisión o no. Las técnicas que se engloban dentro del primer grupo se basan en la búsqueda de la mejor solución dentro de una red de nodos que

define un espacio discreto de soluciones. El principal inconveniente de estas técnicas es encontrar un equilibrio entre la pérdida de información causada por una discretización excesiva y tiempos de computación demasiado altos, fruto de una discretización demasiado grosera. En este grupo se podrían incluir la programación dinámica (e.g. Díaz-Balteiro & Rodríguez, 2006) y el algoritmo de búsqueda en profundidad (*depth-first search*, e.g. Arias-Rodil et al., 2015). En el segundo grupo se incluirían los métodos de búsqueda directa, que han sido empleados regularmente en la optimización a nivel rodal (e.g. Pukkala & Kellomäki, 2012; Tahvonen et al., 2013). Al emplear estas técnicas la obtención del óptimo global no está garantizada, aunque ofrecen buenos resultados en un tiempo de computación razonable (Valsta 1993). Este grupo de técnicas de optimización se puede subdividir a su vez entre los que emplean solamente un vector solución (e.g. Hooke & Jeeves 1961) y los que emplean varios vectores solución, también denominados métodos basados en poblaciones de soluciones (e.g. Arias-Rodil et al. 2015; Pukkala 2009). A parte de los métodos de búsqueda directa, también cabe mencionar dentro de este grupo las técnicas de optimización diferenciable, que han sido utilizadas recientemente en optimización a nivel rodal, mostrando buenos resultados (Arias-Rodil et al. 2016).

Aunque el método de Hooke & Jeeves (1961) ha sido el más utilizado en optimización a nivel rodal en los últimos años (e.g. Hyttiäinen et al. 2004; Pukkala et al. 2014), los métodos basados en poblaciones de soluciones han ido ganando popularidad recientemente (e.g. Pukkala 2009; Arias-Rodil et al. 2015), ofreciendo buenos resultados debido a que el empleo de varios vectores solución en el proceso de optimización permite una exploración más amplia de todo el espacio de soluciones. Esta estrategia reduce las probabilidades de que el algoritmo se quede en un óptimo local.

En un trabajo reciente (Arias-Rodil et al. 2015b) se realizó la optimización de la gestión a nivel rodal desde el punto de vista económico para *Pinus pinaster* en Asturias, comparando varias técnicas: (i) el *depth-first search*, (ii) el método de Hooke & Jeeves (1961), y (iii) métodos basados en poblaciones de soluciones. De estos últimos, el algoritmo de evolución diferencial (*differential evolution*, Storn & Price 1997) fue el que mostró mejores resultados. Este algoritmo depende de cuatro parámetros que deben ser definidos antes de la optimización. En el estudio mencionado se probaron varios valores para cada parámetro y se seleccionó la combinación que ofreció mejores resultados generales para varios rodales de ejemplo. Sin embargo, no se han explorado de forma exhaustiva todos los valores posibles, ya que no formaba parte de los objetivos del trabajo. En este sentido, y para profundizar en el conocimiento de los efectos de estos parámetros del algoritmo de evolución diferencial en la optimización, es interesante realizar un análisis exhaustivo para obtener los valores óptimos de estos parámetros que corresponderían a diferentes rodales de ejemplo, definidos por la calidad de estación y la densidad de plantación. Para ello sería necesario realizar una optimización de los valores de estos parámetros del algoritmo de evolución diferencial para cada rodal de ejemplo, incluyendo a su vez la optimización del programa selvícola a aplicar en cada uno de ellos, lo que se conoce como metaoptimización.

## 2. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es la optimización de los valores de los parámetros del algoritmo de evolución diferencial, considerando a su vez un problema de optimización de la gestión a nivel rodal para *Pinus pinaster* en Asturias desde el punto de vista económico. Al realizar esta metaoptimización para varios rodales de ejemplo, se puede observar la relación entre las variables que definen un rodal de ejemplo (calidad de estación y densidad de plantación) y los valores óptimos correspondientes de cada parámetro, lo que representaría un objetivo secundario.

## 3. Metodología

Para poder llevar a cabo la optimización a nivel rodal es necesario en primer lugar implementar un simulador de crecimiento y producción que contenga:

- Modelo dinámico de rodal: permite simular el crecimiento y producción de un rodal.
- Simulador de claras: permite simular la ejecución de claras de diferentes intensidades.

#### *Modelo dinámico de rodal y simulador de claras*

En este caso se parte de un modelo dinámico de rodal desarrollado según el concepto de espacio de estados (García 1994), en el que se considera que un rodal está definido por una serie de variables de rodal que son suficientes para determinar el estado futuro del rodal, independientemente de las actuaciones que hayan llevado al rodal al estado presente. El modelo dinámico en cuestión ha sido desarrollado recientemente (Arias-Rodil et al. 2015a) y considera las variables altura dominante, área basimétrica y número de pies por hectárea para definir el estado de un rodal. Existen funciones de transición para cada una de las variables que permiten predecir la evolución de estas variables con el tiempo. Por otra parte se incluye una función de salida para estimar el volumen comercial (hasta un cierto diámetro límite) a partir las variables de rodal mencionadas. Finalmente, también se considera una función de inicialización de área basimétrica que permite la estimación del área basimétrica en rodales en los que solamente se disponga de calidad de estación y número de pies por hectárea. Las expresiones de estas funciones se recogen en en Arias-Rodil et al. (2015a).

En lo que se refiere a la simulación de claras, estas cortas se definen con la intensidad de corta (proporción de número de pies a extraer por hectárea) y el tipo de clara, determinado por una variable denominada relación de extracción (Álvarez González et al. 1999):

$$R_e = \frac{G_e/G_{ac}}{N_e/N_{ac}} \quad [1]$$

donde  $R_e$  es la relación de extracción,  $G_e$  el área basimétrica extraída ( $m^2 ha^{-1}$ ),  $G_{ac}$  el área basimétrica antes de clara ( $m^2 ha^{-1}$ ),  $N_e$  el número de pies extraídos por hectárea y  $N_{ac}$  el número de pies por hectárea que había antes de clara.

#### *Optimización del programa selvícola*

Las variables que definen el programa selvícola serán las variables de decisión, que serán las que el algoritmo modificará iterativamente para optimizar la función objetivo. Estas variables de decisión corresponden con el momento e intensidad de realización de las cortas. Partiendo de que en Asturias se suelen aplicar 1 o 2 claras (Rodríguez et al. 2007, p. 44), se ha considerado la realización de un máximo de 3 claras, considerando valores de  $R_e$  de 0.9 para la primera (que equivale a una mezcla de clara por lo bajo y sistemática), y de 0.75 para la segunda y tercera claras (clara por lo bajo). El número de variables de decisión (VDs) es dependiente del número de claras consideradas, ya que cada clara viene definida por 2 variables de decisión (momento e intensidad de corta) y momento de corta final, por lo que tendremos: 1 VDs para un programa selvícola sin claras, 3 VDs si consideramos una clara, 5 para el caso de 2 claras, y 7 para 3 claras. Dentro de la optimización a nivel rodal se considerará cada caso de número de claras como un problema separado y la solución óptima será la mejor resultante de la comparación de los óptimos obtenidos para cada problema.

#### *Función objetivo*

Como se ha mencionado arriba, el objetivo a maximizar es el beneficio económico, que se expresa mediante el Valor Esperado del Suelo (VES, € ha<sup>-1</sup>), que considera la devaluación del valor monetario y permite comparar programas selvícolas con diferente turno. Se obtiene a partir del Valor Actual Neto (VAN, € ha<sup>-1</sup>):

$$\text{VAN} = \sum_{t=0}^R \frac{I_t - C_t}{(1 + r)^t} \quad [2]$$

$$\text{VES} = \frac{\text{VAN}}{1 - 1/(1 + r)^R} \quad [3]$$

donde  $I_t$  representan los ingresos derivados de la venta de la madera en cortas,  $C_t$  los gastos asociados a las operaciones de plantación, poda, mantenimiento y cortas,  $r$  la tasa de interés (en tanto por 1),  $t$  la edad del rodal en un instante determinado (años), y  $R$  el turno de corta (años).

### Información económica

Para el cálculo de la función objetivo es necesario considerar el balance económico (ingresos menos gastos) obtenido a lo largo de toda la rotación. Así, por un lado debemos considerar los gastos asociados a las operaciones a realizar en el rodal, y por otro lado los precios de la madera, que permitiría la valoración de los ingresos derivados de las cortas. Las operaciones que se han considerado son plantación, reposición de marras, desbroce, poda baja, poda alta, y la realización de las cortas. Las funciones de gastos empleadas en este trabajo corresponden con las presentadas en Arias-Rodil et al. (2016). En relación al precio de la madera, se definen tres destinos atendiendo a la dimensión requerida y el precio:

- Desarrollo: diámetro mayor de 40 cm, con un precio de 60 € m<sup>-3</sup>.
- Sierra: diámetro entre 15 y 40 cm, con un precio de 40 € m<sup>-3</sup>.
- Trituración: diámetro menor de 15 cm, con un precio de 25 € m<sup>-3</sup>.

Finalmente, para calcular el VAN y el VES también es necesario conocer el valor de la tasa de interés, que se ha asumido el 4% en este trabajo.

### Restricciones

En el problema de optimización a nivel rodal es necesario considerar varias restricciones:

- Intensidad de clara máxima del 45%, para evitar que el rodal sea sensible a daños por viento o nieve (Castedo-Dorado 2009).
- Intervalo de tiempo mínimo entre cortas de 5 años, ya que la realización muy frecuente de cortas causaría daños en los árboles remanentes como consecuencia del paso de máquinas (Han & Kellogg 2000).
- Turno máximo de rotación de 100 años, debido a las limitaciones de extrapolación del modelo (Arias-Rodil et al. 2015a).

Estas restricciones se han incluido en el problema mediante una función de penalización que afecta al valor de la función objetivo. Esta función de penalización incluye una parte fija y una parte variable dependiente del valor de la función objetivo. En el trabajo de Arias-Rodil et al. (2015b) se pueden observar más detalles acerca de la función de penalización implementada.

### Algoritmo de evolución diferencial

El algoritmo de evolución diferencial se basa en un proceso iterativo en el que se recombinan varias soluciones de una población para obtener una nueva solución que pueda mejorar el valor de la función objetivo. Para explicar el algoritmo, primero se definen  $iter$  como el número de iteración ( $iter = 1, \dots, n$ ),  $i$  como el número de solución ( $i = 1, \dots, s$ ),  $\alpha$  y  $\beta$  como parámetros específicos para la recombinación de soluciones,  $\mathbf{x}$  como un vector solución,  $\mathbf{x}_b$  como la solución óptima en un momento determinado y  $f()$  como la función objetivo. El pseudocódigo se muestra a continuación:

1. Asignar valores iniciales  $iter = 1$  e  $i = 1$ .
2. Generar aleatoriamente una población inicial de soluciones de tamaño  $s$ .
3. Comenzar iteración  $iter$ .
4. Seleccionar solución  $\mathbf{x}_i$ .
5. Seleccionar aleatoriamente 3 soluciones  $\mathbf{x}_v$ ,  $\mathbf{x}_w$ , y  $\mathbf{x}_y$  y obtener  $\mathbf{y}_i = \mathbf{x}_y + \beta(\mathbf{x}_v - \mathbf{x}_w)$ .
6. Crear un nuevo vector solución ( $\mathbf{x}_t$ ) en el que cada elemento resulta de la selección aleatoria entre el elemento correspondiente de  $\mathbf{x}_i$  con probabilidad  $\alpha$  y el elemento correspondiente de  $\mathbf{y}_i$  con probabilidad  $1 - \alpha$ .
7. Evaluar si el valor de función objetivo es mayor para  $\mathbf{x}_t$  que para  $\mathbf{x}_i$ :
  - 7.1. Si  $f(\mathbf{x}_t) > f(\mathbf{x}_i) \Rightarrow \mathbf{x}_i = \mathbf{x}_t$ 
    - 7.1.1. Si  $f(\mathbf{x}_t) > f(\mathbf{x}_b) \Rightarrow \mathbf{x}_b = \mathbf{x}_t$
  - 7.2. En caso contrario, descartar  $\mathbf{x}_t$
8. Evaluar si se ha realizado los pasos 4 a 7 para todas las soluciones de la población:
  - 8.1. Si  $i < s \Rightarrow i = i + 1$ , y volver al paso 4.
  - 8.2. En caso contrario, fijar  $i = 1$ , y pasar al paso 9.
9. Evaluar si se ha llegado al número máximo de iteraciones:
  - 9.1. Si  $iter < n \Rightarrow iter = iter + 1$ , y volver al paso 3.
  - 9.2. En caso contrario, devolver  $\mathbf{x}_b$ .

Los parámetros de configuración del algoritmo de evolución diferencial son el número máximo de iteraciones ( $n$ ), el número de soluciones de la población ( $s$ ), el parámetro  $\alpha$  que definiría la probabilidad de seleccionar un elemento de la solución  $\mathbf{x}_i$  en la recombinación de soluciones, y el parámetro  $\beta$  que representa el peso de la diferencia ( $\mathbf{x}_v - \mathbf{x}_w$ ) que se emplea para modificar  $\mathbf{x}_y$  y obtener  $\mathbf{y}_i$ . La elección de estos valores afecta a la calidad de la solución óptima obtenida y el tiempo de computación empleado.

### Optimización

En este trabajo hemos considerado 16 rodales de ejemplo que resultan de combinar 4 valores de calidad de estación, representada en este caso por el índice de sitio (valores de 7, 10, 13 y 16 m a los 20 años) y 4 valores de densidad de plantación (500, 900, 1300 y 1700 árboles  $\text{ha}^{-1}$ ). Para cada rodal de ejemplo, se ha decidido repetir la optimización 10 veces ya que el algoritmo de evolución diferencial incluye una componente estocástica causada por: (i) la generación aleatoria de la población inicial de soluciones (paso 2), (ii) la selección aleatoria de soluciones (paso 5) y (iii) la recombinación para crear un nuevo vector solución (paso 6). Así, se considerará como solución óptima la mejor de las 10.

Este procedimiento se aplicaría para un rodal de ejemplo una vez definidos los valores de los parámetros del algoritmo ( $n$ ,  $s$ ,  $\alpha$  y  $\beta$ ). Para obtener los valores óptimos de estos parámetros para un rodal de ejemplo, es necesario realizar una metaoptimización, es decir, maximizar el valor de la función objetivo considerando una optimización anidada en dos niveles: (1) maximización del VES a través de las variables de decisión que definen el programa selvícola, para un conjunto de parámetros determinado; y (2) maximización del VES óptimo obtenido de evolución diferencial al variar el valor de

los parámetros del algoritmo. En este trabajo estamos interesados en los resultados obtenidos del segundo nivel, que nos indicaría el conjunto de parámetros con los que se maximizaría el VES para cada rodal de ejemplo. Para su implementación informática se ha utilizado el software estadístico R (R Core Team 2016), utilizando la función `constrOptim()` para la optimización de los valores de los parámetros del algoritmo (segundo nivel). Los valores de inicio tomados para los parámetros del algoritmo fueron  $n = 100$ ,  $s = 35$ ,  $\alpha = 0.3$ , y  $\beta = 0.4$ .

#### 4. Resultados

La metaoptimización proporciona los valores óptimos de los parámetros del algoritmo de evolución diferencial para cada rodal de ejemplo considerado (16 en este caso). En primer lugar, se ha observado que no existe correlación entre los valores óptimos de diferentes parámetros, es decir, la variación de los parámetros no está relacionada entre sí (gráficos no mostrados).

En la Tabla 1 se muestra un resumen de los valores óptimos de los parámetros obtenidos para los 16 rodales de ejemplo. Los coeficientes de variación obtenidos indican que la variabilidad de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  es un mínimo de 20 puntos porcentuales mayor que para  $n$  y  $s$ .

Tabla 1. Resumen de los valores óptimos obtenidos para los parámetros del algoritmo de evolución diferencial.

Parámetro	Mínimo	Media	Máximo	Desviación típica	Coefficiente de variación (%)
$n$	100	103	127	7.2	7.0
$s$	35	43	56	5.2	12.3
$\alpha$	0.262	0.592	0.824	0.200	33.7
$\beta$	0.103	0.367	0.576	0.153	41.6

$n$ , número de iteraciones;  $s$ , número de soluciones de la población; y  $\alpha$  y  $\beta$  parámetros específicos de la recombinación de soluciones.

En la Figura 1 se muestra un gráfico de cajas que representa los valores óptimos obtenidos de los parámetros del algoritmo de evolución diferencial frente a los valores de índice de sitio y número de pies por hectárea que caracterizan cada rodal de ejemplo. Se puede observar en el gráfico que no se aprecia ninguna relación entre los valores óptimos de los parámetros con respecto a las variables de rodal que definen los rodales de ejemplo. Por otra parte, el número óptimo de iteraciones es cercano a 100 (el valor inicial) para todos los casos y no toma valores inferiores que este valor, mientras que el número óptimo de soluciones de la población se puede considerar constante para los diferentes rodales de ejemplo y en torno a 40. En relación a la variabilidad de los parámetros, tampoco se observa ningún patrón claro que la relacione con las variables de rodal mencionadas.



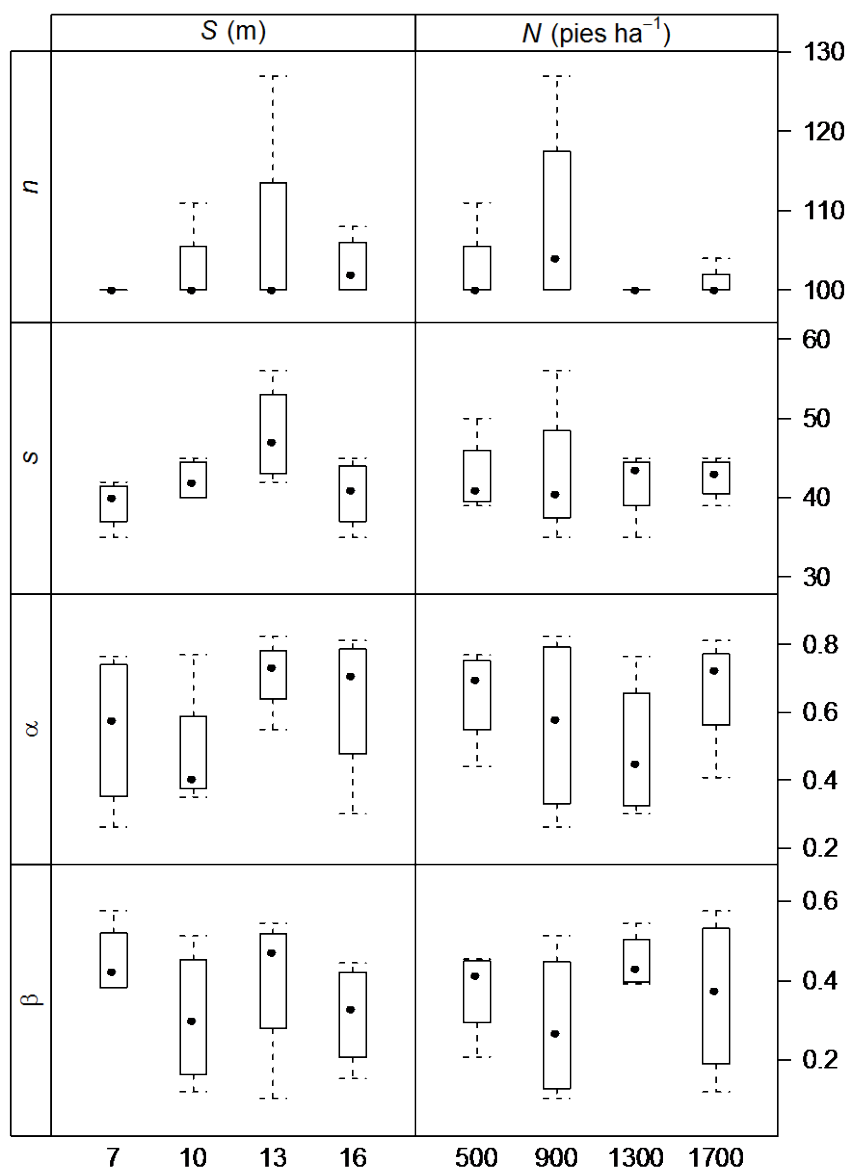


Figura 1. Gráfico de cajas de los valores óptimos de los parámetros del algoritmo de evolución diferencial según el índice de sitio ( $S$ ) y el número de pies por hectárea ( $N$ ).  $n$ , número de iteraciones;  $s$ , número de soluciones de la población; y  $\alpha$  y  $\beta$  parámetros específicos de la recombinación de soluciones.

## 5. Discusión

En primer lugar, se ha observado que los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  obtenidos presentaban una mayor variabilidad relativa (expresada por el coeficiente de variación) entre diferentes rodales de ejemplo que el resto de parámetros. Esto indica que la variación del valor de estos parámetros en el proceso de metaoptimización provocaba un mayor efecto de mejora en la función objetivo que el número de iteraciones y el número de soluciones de la población.

Por otra parte, y como se ha comentado en el epígrafe anterior, tanto el número óptimo de iteraciones como el número óptimo de soluciones se encuentra en torno a 100 y 40 respectivamente, por lo que se puede deducir que a partir de un valor mínimo, el incremento de estos parámetros no



repercute en la mejora de la función objetivo. Esto ayuda a explicar lo expuesto en el párrafo anterior de que los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  tienen un mayor efecto en la optimización del problema considerado.

Uno de los objetivos del trabajo era la búsqueda de la posible relación entre los valores óptimos de los parámetros del algoritmo de evolución diferencial y las variables que definen cada rodal de ejemplo, aunque como se puede observar en la Figura 1, no se observa una tendencia clara. Por tanto, no es posible proporcionar recomendaciones para otros problemas similares de optimización a nivel rodal, y se debe seleccionar un conjunto de parámetros adecuado para cada problema nuevo. Como solución de compromiso para evitar el empleo de la metaoptimización, recomendaríamos el empleo de valores generales para los parámetros del algoritmo de evolución diferencial:  $n = 100$ ,  $s = 40$ ,  $\alpha = 0.6$ , y  $\beta = 0.35$ . Estos valores se proponen en base a los valores medios mostrados en la Tabla 1.

El algoritmo de evolución diferencial ha mostrado buenos resultados en varios trabajos en los que se ha empleado para optimización a nivel rodal (p. ej., Pukkala 2009; Arias-Rodil et al. 2015b), y presenta la ventaja de que al utilizar una población de soluciones, se incrementa la probabilidad de alcanzar el óptimo global del problema. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que existen alternativas menos costosas computacionalmente, y que han mostrado resultados similares e incluso mejores, como el método de Hooke & Jeeves (1961) o técnicas de optimización diferenciable, como el *Sequential Quadratic Programming* (SQP, detalles en Nocedal & Wright 2006, capítulo 18). El segundo es especialmente recomendado en los casos en los que la función objetivo del problema de optimización es diferenciable, como sería este caso: la resolución de este problema utilizando SQP se muestra en Arias-Rodil et al. (2016).

## 6. Conclusiones

En el presente trabajo se han obtenidos los valores óptimos de los parámetros del algoritmo de evolución diferencial para cada uno de los 16 rodales de ejemplo considerados, que están definidos por calidad de estación (índice de sitio) y número de pies por hectárea. No se ha detectado una relación entre los valores obtenidos de los parámetros y las variables que definen los rodales de ejemplo, por lo que se recomendaría utilizar el siguiente conjunto de parámetros para problemas similares: número de iteraciones ( $n$ ) = 100, número de soluciones de la población ( $s$ ) = 40,  $\alpha = 0.6$ , y  $\beta = 0.35$ .

Por otra parte, sí se ha observado que las variaciones de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  tienen un mayor efecto en la mejora de la función objetivo que el número de iteraciones y el número de soluciones, las cuáles no contribuyen significativamente siempre que se encuentren por encima de un valor mínimo.

Aunque el algoritmo de evolución diferencial trabaja con una población de soluciones, que favorece alcanzar el óptimo global, existen otras alternativas como el método de Hooke & Jeeves (1961) o el *Sequential Quadratic Programming* (si la función objetivo es diferenciable), que pueden proporcionar resultados mejores, con un menor coste computacional.

## 7. Agradecimientos

El primer autor disfruta de una ayuda FPU (referencia AP2012-5337) del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España.

## 8. Bibliografía

ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J. G.; RODRÍGUEZ SOALLEIRO, R.; & VEGA ALONSO, G. ; 1999. Elaboración de un modelo de crecimiento dinámico para rodales regulares de *Pinus pinaster* Ait. en Galicia.

*Forest Systems*, 8 319–334.

ARIAS-RODIL, M.; BARRIO-ANTA, M.; & DIÉGUEZ-ARANDA, U. ; 2015a. Developing a dynamic growth model for maritime pine in Asturias (NW Spain): comparison with nearby regions. *Annals of Forest Science*, 73 297–320.

ARIAS-RODIL, M.; DIÉGUEZ-ARANDA, U.; & VÁZQUEZ-MÉNDEZ, M. A. ; 2016. Optimization of even-aged stand management using a differentiable model. *Canadian Journal of Forest Research*, (aceptado).

ARIAS-RODIL, M.; PUKKALA, T.; GONZÁLEZ-GONZÁLEZ, J. M.; BARRIO-ANTA, M.; & DIÉGUEZ-ARANDA, U. ; 2015b. Use of depth-first search and direct search methods to optimize even-aged stand management: a case study involving maritime pine in Asturias (NW Spain). *Canadian Journal of Forest Research*, 45 1269–1279.

BETTINGER, P.; BOSTON, K.; SIRY, J. P.; & GREBNER, D. L. ; 2009. Forest management and planning. Elsevier. 331 páginas. Amsterdam.

CASTEDO-DORADO, F. ; 2009. Inclusión de riesgos abióticos en diagramas de manejo de la densidad. Un caso de estudio en masas de *Pinus pinaster* Ait. In *5º Congreso Forestal Español*. Sociedad Española de Ciencias Forestales. Ávila.

DÍAZ-BALTEIRO, L.; & RODRÍGUEZ, L. C. E. ; 2006. Optimal rotations on Eucalyptus plantations including carbon sequestration—A comparison of results in Brazil and Spain. *Forest Ecology and Management*, 229 247–258.

GARCÍA, O. ; 1994. The state-space approach in growth modelling. *Canadian Journal of Forest Research*, 24 1894–1903.

HAN, H.-S.; & KELLOGG, L. D. ; 2000. Damage characteristics in young Douglas-Fir stands from commercial thinning with four timber harvesting systems. *Western Journal of Applied Forestry*, 15 27–33.

HOOKE, R.; & JEEVES, T. A. ; 1961. “Direct Search” solution of numerical and statistical problems. *Journal of Association for Computing Machinery*, 8 212–229.

HYTTIÄINEN, K.; HARI, P.; KOKKILA, T.; MÄKELÄ, A.; TAHVONEN, O.; & TAIPALE, J. ; 2004. Connecting a process-based forest growth model to stand-level economic optimization. *Canadian Journal of Forest Research*, 34 2060–2073.

NOCEDAL, J.; & WRIGHT, S. J. ; 2006. Numerical optimization. *Springer series in operations research* (2nd ed.). Springer. 664 páginas. New York, USA.

PUKKALA, T. ; 2009. Population-based methods in the optimization of stand management. *Silva Fennica*, 43 261–274.

PUKKALA, T.; & KELLOMÄKI, S. ; 2012. Anticipatory vs adaptive optimization of stand management when tree growth and timber prices are stochastic. *Forestry*, 85 463–472.

PUKKALA, T.; LÄHDE, E.; & LAIHO, O. ; 2014. Optimizing any-aged management of mixed boreal forest under residual basal area constraints. *Journal of Forestry Research*, 25 627–636.

R CORE TEAM. ; 2016. R: a language and environment for statistical computing. Vienna, Austria.

RODRÍGUEZ, R.; MAJADA, J.; BENITO, J. L.; & BRAÑA, M. ; 2007. Manual básico de selvicultura del pino pinaster. Consejería de Medio Ambiente y Desarrollo Rural, Principado de Asturias. 87 páginas.

STORN, R.; & PRICE, K. ; 1997. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11 341–359.

TAHVONEN, O.; PIHLAINEN, S.; & NIINIMÄKI, S. ; 2013. On the economics of optimal timber production in boreal Scots pine stands. *Canadian Journal of Forest Research*, 43 719–730.

VALSTA, L. ; 1993. Stand management optimization based on growth simulators. Finnish Forest Research Institute.