



7º CONGRESO FORESTAL ESPAÑOL

**Gestión del monte: servicios
ambientales y bioeconomía**

26 - 30 junio 2017 | Plasencia
Cáceres, Extremadura

7CFE01-143

Edita: Sociedad Española de Ciencias Forestales
Plasencia. Cáceres, Extremadura. 26-30 junio 2017
ISBN 978-84-941695-2-6

© Sociedad Española de Ciencias Forestales

Estimación del volumen comercial a partir de variables de rodal

ARIAS-RODIL, M.^{1*}, ROMERO-MARTÍNEZ, P.¹ y DIÉGUEZ-ARANDA, U.¹

¹ Unidad de Gestión Forestal Sostenible, Departamento de Ingeniería Agroforestal, Universidade de Santiago de Compostela. Escuela Politécnica Superior, C/ Benigno Ledo, Campus Terra, 27002 Lugo, Spain.

* Autor para la correspondencia: manuel.arias.rodil@gmail.com

Resumen

El volumen maderable de un rodal regular se suele estimar (1) utilizando una ecuación que proporcione el volumen hasta un diámetro límite o (2) mediante un sistema de desagregación que consiste en estimar la distribución diamétrica, la altura del árbol marca de clase y su volumen comercial, agregándolo finalmente a nivel de rodal. La segunda alternativa presenta la ventaja de permitir clasificar el volumen en función de un diámetro límite y una longitud de troza especificados, pero tiene también desventajas: (i) los errores de los modelos implicados en los distintos pasos se acumulan y (ii) su eficiencia computacional es baja, ya que muchas veces es necesario utilizar procedimientos iterativos (e.g. estimación de la altura a la que se alcanza un diámetro límite). Para mejorar los modelos disponibles para las principales especies forestales en Galicia en las que la clasificación del volumen por destinos tiene interés (*Betula pubescens*, *Pinus pinaster*, *Pinus radiata*, *Pinus sylvestris*, *Pseudotsuga menziesii* y *Quercus robur*), en este trabajo se han recopilado o desarrollado ex profeso tarifas de cubicación de rodal que incluyen una razón de volumen y permiten, por tanto, estimar el volumen comercial del rodal en función de variables del mismo y del diámetro límite especificado.

Palabras clave

Alometría, diámetro límite, altura dominante, área basimétrica, número de pies.

1. Introducción

Según el cuarto inventario forestal nacional (MARM 2011), unos 2 Mha (millones de hectáreas) de la superficie de Galicia es de uso forestal (casi el 70% del total). De ésta, la superficie arbolada (aquella con una fracción de cabida cubierta arbórea al menos del 10%) es de aproximadamente 1.5 Mha.

Debido a la gran importancia de los montes gallegos en la economía de la comunidad (XUNTA DE GALICIA 2013), la predicción del crecimiento y la producción de las masas forestales, así como su respuesta a las actuaciones selvícolas, han sido un objetivo fundamental de la investigación forestal, ya que la clave para una correcta gestión de los montes radica en un profundo conocimiento de los procesos de desarrollo de las especies arbóreas. Para tal fin, se han construido modelos matemáticos de diferentes características que, implementados en programas informáticos, permiten simular los resultados de distintos programas selvícolas y evaluar las consecuencias que tendrían sobre el sistema forestal (DIÉGUEZ-ARANDA et al. 2009).

Pese a que cada vez está teniendo mayor importancia el uso multifuncional de los montes, la producción de madera continúa siendo la función preferente en muchos de ellos. En Galicia, la mayor parte de los rodales gestionados para tal fin son coetáneos o regulares, generalmente de una única especie. En ellos se suelen aplicar ciclos repetitivos de selvicultura con una edad de corta final o turno, siguiendo lo que se conoce como sistema RFM (del inglés *Rotation Forest Management*). Este

tipo de gestión se suele planificar empleando las predicciones de modelos empíricos y determinísticos, que predicen la evolución con la edad de las principales variables del rodal (DIÉGUEZ-ARANDA et al. 2009).

Además del volumen total de madera, resulta necesario conocer qué parte de dicho volumen puede dirigirse a los diferentes destinos comerciales (p. ej., chapa, aserrado, trituración). Dos son las herramientas que se emplean con mayor frecuencia para estimar el volumen maderable en rodales coetáneos o regulares cuando solo se dispone de información de variables de rodal: (1) una tarifa de razón de volumen que proporcione directamente el volumen del rodal hasta un diámetro o altura límite o (2) un sistema de desagregación. Éste consiste en estimar la distribución diamétrica y, a continuación, la altura y el volumen comercial (mediante una función de perfil de tronco o una tarifa de razón de volumen de árbol individual) del árbol marca de clase, agregando finalmente las estimaciones de volumen a nivel árbol para obtener las estimaciones a nivel rodal. Si se emplea una función de perfil, el sistema de desagregación presenta la ventaja de que permite clasificar el volumen en función de un diámetro límite en punta delgada y de una longitud de troza dados. Pero el sistema de desagregación también tiene desventajas: (i) los errores de los modelos implicados en los distintos pasos se acumulan y (ii) su eficiencia computacional es baja, ya que muchas veces es necesario utilizar procedimientos iterativos (p. ej., estimación de la altura a la que se alcanza un diámetro límite si se utilizan ciertas funciones de perfil) (ARIAS-RODIL et al. 2016). El empleo de tarifas de razón de volumen de rodal, formadas por una única expresión, reduce considerablemente el error y el coste computacional, aunque solo permite clasificar el volumen por destinos comerciales basándose en el diámetro límite en punta delgada o en la altura límite que se especifique. Las tarifas de razón de volumen fueron introducidas por BURKHART (1977) y, desde entonces, se han empleado con asiduidad para el desarrollo de ecuaciones de volumen comercial (p. ej., CAO et al. 1980; CLUTTER 1980; VAN DEUSEN et al. 1981; REED & GREEN, 1984; GREGOIRE & SCHABENBERGER 1996; VALDEZ & LYNCH 2000; TOMÉ et al. 2001; TESHOME 2005; BARRIO-ANTA et al. 2007).

En el libro de DIÉGUEZ-ARANDA et al. (2009) y en su adenda de actualización (2012) se recogen los modelos necesarios para emplear la metodología de desagregación para las principales especies forestales con interés comercial en Galicia en las que puede ser importante estimar el volumen clasificado por destinos comerciales: *Betula pubescens* Ehrh., *Pinus pinaster* Ait., *Pinus radiata* D. Don, *Pinus sylvestris* L., *Pseudotsuga menziesii* Mirb. Franco y *Quercus robur* L. (nótese que se han omitido las especies del género *Eucalyptus* por destinarse fundamentalmente a la producción de pasta de papel). Sin embargo, en la bibliografía indicada solo se incluyen tarifas de razón de volumen de rodal para *Pseudotsuga menziesii* y *Quercus robur*.

2. Objetivos

El objetivo de este trabajo ha sido desarrollar tarifas de razón de volumen de rodal para *Betula pubescens*, *Pinus radiata* y *Pinus sylvestris* en Galicia. No se ha considerado el desarrollo de una ecuación para *Pinus pinaster* por no haber podido acceder a un conjunto de datos apropiado para ajustarla. Además, se ha optado por recopilar en este único documento todas las tarifas de razón de volumen existentes para Galicia o, en su ausencia, las que se consideran más apropiadas, con el fin de que esta información sea más fácilmente accesible.

3. Metodología

Datos

Para el desarrollo de las tarifas de razón de volumen se han utilizado los datos disponibles de la red de parcelas permanentes de investigación forestal instalada y mantenida por la Unidad de Gestión Forestal Sostenible (UXFS) de la Universidad de Santiago de Compostela. Las parcelas

comenzaron a instalarse en 1995 con el objetivo de obtener información adecuada y suficiente para elaborar diferentes modelos de crecimiento y otras herramientas selvícolas.

Las parcelas cubren el rango existente de edades, densidades y calidades de estación presentes en las zonas de distribución de las especies estudiadas en Galicia. Se dispuso de la información de 198 inventarios de 148 parcelas de *Betula pubescens*, el primer inventario de 201 parcelas de *Pinus radiata* y de 250 inventarios de 171 parcelas de *Pinus sylvestris*. La Tabla 1 muestra un resumen de las principales variables de rodal de las parcelas utilizadas en este trabajo.

Tabla 1. Resumen de las variables de las parcelas utilizadas en este trabajo.

Especie	Variable	Media	Mínimo	Máximo	Desviación estándar
<i>Betula pubescens</i>	<i>d</i>	13.7	1.0	60.5	5.5
	<i>h</i>	13.6	1.8	27.0	3.6
	<i>H</i>	16.1	7.2	24.5	3.7
	<i>N</i>	1609	350	6000	1028
	<i>G</i>	25.4	3.3	71.8	10.7
	<i>t</i>	33.6	12	94	11.8
	<i>D_g</i>	15.1	7.1	26.1	3.8
	<i>V</i>	171	14	600	95
<i>Pinus radiata</i>	<i>d</i>	19.6	4.4	72.9	10.0
	<i>h</i>	15.2	4.2	33.7	5.3
	<i>H</i>	19.4	5.9	32.2	5.4
	<i>N</i>	934	200	2048	467
	<i>G</i>	32.0	5.1	60.0	10.8
	<i>t</i>	22.7	5	38	8.1
	<i>D_g</i>	22.3	8.0	49.6	9.1
	<i>V</i>	228	14	690	135
<i>Pinus sylvestris</i>	<i>d</i>	17.2	5.0	60.0	6.5
	<i>h</i>	25.9	2.3	10.9	4.4
	<i>H</i>	12.5	2.9	24.0	4.7
	<i>N</i>	1383	480	3175	457
	<i>G</i>	35.2	0.1	74.2	15.5
	<i>t</i>	33.8	10	55	9.1
	<i>D_g</i>	17.9	5.3	31.0	5.2
	<i>V</i>	216	1	719	174

Nota: *d*, diámetro normal con corteza (cm); *h*, altura total del árbol (m); *H*, altura dominante (m); *N*, número de árboles por hectárea; *G*, área basimétrica (m² ha⁻¹); *t*, edad del rodal (años); *D_g*, diámetro medio cuadrático (cm); *V*, volumen de troncos con corteza (m³ ha⁻¹).

Métodos

Las tarifas de razón de volumen de rodal son el producto de una ecuación del volumen total de rodal (*V*), que predice el volumen total de madera a partir de variables de rodal, y de una ecuación de razón de volumen de rodal (*R_i*), que indica el tanto por uno de volumen de madera con un diámetro superior a un límite especificado a partir también de variables de rodal. Su expresión genérica es, por tanto:

$$V_i = V \cdot R_i \quad [1]$$

Para poder ajustar modelos de este tipo es preciso disponer para cada combinación parcela-inventario del valor de las variables de rodal y del volumen hasta diferentes diámetros límite.

Por tanto, el procesado de datos y el ajuste de los modelos de cubicación con clasificación de productos a nivel rodal consta de las siguientes fases:

- Estimar el volumen de todos los árboles hasta diferentes valores de diámetro en punta delgada empleando funciones de perfil o tarifas de razón de volumen de árbol individual.
- Calcular los valores del volumen por hectárea para los diferentes diámetros límite considerados.
- Ajustar las ecuaciones de razón de volumen de rodal empleando variables de rodal y valores de diámetro límite como variables predictoras.

Estimación del volumen de todos los árboles hasta diferentes diámetros límite

En primer lugar, se estimó el volumen de todos los árboles hasta diferentes valores de diámetro en punta delgada. Para ello, se emplearon funciones de perfil existentes (DIÉGUEZ-ARANDA et al. 2009, 2012), concretamente las ajustadas para cada especie a partir del sistema compatible de FANG et al. (2000), que incluye una función de perfil, una tarifa de volumen comercial y una tarifa de volumen total.

Para conocer el volumen comercial de los árboles individuales hasta diferentes diámetros límite es necesario estimar en primer lugar la altura a la que se alcanzan dichos diámetros. Esto se consigue invirtiendo la función de perfil. Ya que en el modelo de FANG et al. (2000) no es posible despejar directamente la altura y dejarla en función del diámetro límite, se empleó un procedimiento iterativo implementado en la función `optimize()` del software R (R CORE TEAM 2016) para obtener los valores de alturas a las que se alcanzan los diferentes diámetros límite considerados. Esos datos de alturas se utilizaron en la tarifa de volumen comercial para obtener el volumen hasta los distintos diámetros límite.

En el cálculo del volumen comercial de cada árbol se consideraron valores de diámetro límite desde 0 hasta el diámetro normal más 10 cm. Nótese que el volumen hasta el diámetro límite 0 se corresponde con el volumen total.

Obtención de las variables de rodal y de la razón de volumen

A partir de la información de los árboles individuales recogidas en los inventarios de cada parcela se calcularon las variables de rodal que se muestran en la Tabla 1. Además, una vez obtenido el volumen de cada árbol como se indicó en el apartado anterior, se sumaron sus valores para cada combinación parcela-inventario y diámetro límite considerado. Posteriormente, y teniendo en cuenta la superficie de cada parcela, los valores de volumen se expresaron en valores por hectárea. Con esta información, se calculó la razón de volumen R_i para cada diámetro límite como un cociente entre el volumen por hectárea hasta dicho diámetro y el volumen total del rodal.

Ajuste de las ecuación de volumen de razón de rodal

La forma general de las tarifas de volumen de razón de rodal es la indicada en la Ecuación 1. El procedimiento más habitual para desarrollar estos modelos ha sido ajustar por separado los modelos de volumen total (V) y de razón de volumen (R_i) (AVERY & BURKHART 1994). No obstante, GREGOIRE & SCHABENBERGER (1996) señalaron que parece más razonable incluir ambos términos (V y R_i) en la misma ecuación, tal y como hicieron BARRIO-ANTA et al. (2007) y ARIAS-RODIL et al. (2016). En este trabajo se decidió realizar el ajuste conjunto del producto $V \cdot R_i$ aunque, como paso previo, se ajustaron de forma individual ambas variables para evaluar las variables predictoras (en el caso de V) y los tipos de expresión (en lo referido a R_i) más adecuados en cada caso.

Como tarifa de volumen total se consideró el modelo alométrico (Ecuación 2) y se probó la inclusión de diferentes variables predictoras: edad, número de árboles, altura dominante y área basimétrica.

$$V = b_0 \prod x_i^{b_i} \quad [2]$$

donde V es el volumen del rodal, x_i son las variables de rodal empleadas como predictoras, y b_0 y b_i son los parámetros a estimar.

Por otra parte, para la ecuación de razón de volumen del rodal se compararon tres formas funcionales:

$$R_i = 1 + a_0 \frac{d_i^{a_1}}{D_g^{a_2}} \quad [3]$$

$$R_i = \exp(a_0 d_i^{a_1} D_g^{a_2}) \quad [4]$$

$$R_i = 1 + \frac{a_0 d_i^{a_1}}{D_g^{a_2} H^{a_3}} \quad [5]$$

donde R_i es la ecuación de razón de volumen de rodal, d_i el diámetro límite, D_g el diámetro medio cuadrático, H la altura dominante y a_i los parámetros a estimar.

Tras análisis previos, se observó que la variabilidad de los residuos de algunos modelos aumentaba con el valor de alguna variable independiente, problema que se conoce como heteroscedasticidad y que invalida los contrastes de significación correspondientes a las estimaciones de los parámetros (MYERS 1990). Por tanto, ha sido preciso considerar esto a la hora de realizar el ajuste, por lo que los modelos de V y V_i se ajustaron mediante regresión no lineal por mínimos cuadrados generalizados, que considera la inclusión de una función de varianza en los residuos y asigna un peso diferente a cada observación, en función de alguna variable del modelo. En este caso, la función que mejores resultados proporcionó fue una potencial que considera $G^{2\delta}$ (o $H^{2\delta}$ en el caso de que G no se incluyera en el modelo), siendo δ un parámetro adicional a estimar en el ajuste. Por su parte, en el ajuste previo de los modelos de R_i no se observaron evidencias de heteroscedasticidad, por lo que se ajustaron por mínimos cuadrados ordinarios. Para ello se empleó la función `nls` del software R (R CORE TEAM 2016), mientras que se usó la función `gnls` del paquete `nlme` (PINHEIRO et al. 2015) de R para la regresión por mínimos cuadrados generalizados.

Selección de modelos

El análisis de la capacidad de ajuste de los modelos se basó en comparaciones numéricas y gráficas de los residuos. Así, se calcularon los siguientes estadísticos: el coeficiente de determinación (R^2) y la raíz del error medio cuadrático (REMC). Aunque existen opiniones fundamentadas que plantean dudas en relación con el uso del R^2 en la selección de modelos, este estadístico da una idea bastante intuitiva de la variabilidad que explican; no obstante, nunca debe emplearse como único criterio para elegir el mejor modelo (MYERS 1990). El estadístico REMC resulta útil porque está expresado en las mismas unidades que la variable dependiente, dando una idea del error medio que se comete con el modelo; además, penaliza los modelos con mayor número de parámetros, de acuerdo con el principio general de simplicidad científica. Las expresiones de estos estadísticos son:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad [6]$$

$$\text{REMC} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}} \quad [7]$$

donde y_i , \hat{y}_i e \bar{y} son respectivamente los valores observado, estimado y promedio de la variable dependiente, n es el número total de observaciones utilizadas para ajustar el modelo y p es el número de parámetros a estimar.

Además de los estadísticos descritos, una de las maneras más eficientes de evaluar la capacidad de ajuste de un modelo es la inspección visual, por lo que se analizaron los gráficos de residuos frente a valores predichos para las ecuaciones ajustadas. Estos gráficos son de gran utilidad para detectar posibles tendencias sistemáticas.

4. Resultados y discusión

En relación con el modelo de estimación del volumen total del rodal, en todos los casos la combinación más adecuada de variables predictoras fue la que incluía H , N y G . Sin embargo, las expresiones que consideraron solo H y G proporcionaron un valor de REMC muy semejante. Teniendo en cuenta el principio de simplicidad en el desarrollo de modelos, se decidió emplear para las tres especies el siguiente modelo alométrico como tarifa de volumen total:

$$V = b_0 H^{b_1} G^{b_2} \quad [8]$$

donde V es el volumen total del rodal ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$), H la altura dominante (m), G el área basimétrica ($\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$) y b_i los parámetros a estimar. Estas mismas variables resultaron también útiles para explicar el volumen total en otros estudios (p. ej., ARIAS-RODIL et al. 2016).

Con respecto a la función de razón de volumen, para las tres especies la Ecuación 4 proporcionó mejores estimaciones. Esta expresión fue propuesta por VAN DEUSEN et al. (1981) y ligeras modificaciones de la misma presentaron los mejores resultados en los estudios de CLARK & THOMAS (1984) y BARRIO-ANTA et al. (2007). Por tanto, tras el ajuste separado de las ecuaciones de V y R_i , el modelo finalmente ajustado de tarifa de razón de volumen de rodal fue el mismo para las tres especies.

En la Tabla 2 se muestran las tarifas de razón de volumen de rodal que se consideran más apropiadas para las principales especies en Galicia en las que la clasificación del volumen de madera por destinos comerciales resulta de interés. En ella, las estimaciones de todos los parámetros han resultado significativas a un nivel del 5%.

Tabla 2. Tarifas de razón de volumen de rodal para las principales especies forestales de Galicia.

Especie	Ecuación	REMC ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$)	Fuente
<i>Betula pubescens</i>	$V_i = 0.7353H^{0.7781}G^{0.9965}\exp(-0.3110D_g^{-2.693}d_i^{3.067})$	6.92	1
<i>Pinus pinaster</i>	$V_i = 0.6677H^{0.8440}G^{0.9789}\exp(-0.3427D_g^{-2.949}d_i^{3.313})$	11.9	2
<i>Pinus radiata</i>	$V_i = 0.4046H^{1.013}G^{0.9776}\exp(-0.2933D_g^{-2.818}d_i^{3.192})$	9.11	1

<i>Pinus sylvestris</i>	$V_i = 0.4941H^{0.9700}G^{0.9842}\exp(-0.1511D_g^{-2.877}d_i^{3.458})$	5.22	1
<i>Pseudotsuga menziesii</i>	$V_i = 0.00005599H^{0.7592}N^{1.002}D_g^{2.047}\exp(-0.04870D_g^{-3.118}d_i^{4.062})$	14.8	2
<i>Quercus robur</i>	$V_i = 0.0000503H^{0.9243}N^{0.9752}D_g^{1.974}\exp(-0.2289D_g^{-2.565}d_i^{2.958})$	11.5	2, 3

Nota: V_i , volumen de fuste con corteza ($m^3 ha^{-1}$) hasta un diámetro límite d_i (cm); H , altura dominante (m); G , área basimétrica ($m^2 ha^{-1}$); D_g , diámetro medio cuadrático (cm).

1: Ajustada para este trabajo.

2: ARIAS-RODIL et al. (2016).

3: DIÉGUEZ-ARANDA et al. (2009).

4: DIÉGUEZ-ARANDA et al. (2012).

5. Conclusiones

En este trabajo se ha considerado el ajuste de tarifas de razón de volumen de rodal para las principales especies forestales presentes en Galicia en las que tiene interés la clasificación del volumen de madera según destinos comerciales. Para algunas de ellas ya existían estas funciones, por lo que solamente se desarrollaron para las especies *Betula pubescens*, *Pinus radiata* y *Pinus sylvestris*.

Las variables de altura dominante y área basimétrica han sido las consideradas finalmente para la estimación del volumen total en los modelos desarrollados, mientras que una función exponencial que incluye un modelo alométrico fue la que mejores resultados proporcionó para la función de razón. Finalmente, se ajustó la tarifa de razón de volumen de rodal para las tres especies mencionadas arriba, que incluye en la misma expresión tanto la estimación del volumen total como la estimación de la razón de volumen total para un diámetro límite.

6. Agradecimientos

El primer autor disfruta de una ayuda FPU (referencia AP2012-5337) del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España.

7. Bibliografía

ARIAS-RODIL, M.; BARRIO-ANTA, M.; DIEGUEZ-ARANDA, U.; 2016. Developing a dynamic growth model for maritime pine in Asturias (NW Spain): comparison with nearby regions. *Ann. For. Sci.* 73, 297-320.

AVERY, T.E.; BURKHART, H.E.; 1994. *Forest Measurements*. 4th ed. McGraw-Hill, New York.

BARRIO-ANTA, M., DIÉGUEZ-ARANDA, U., CASTEDO-DORADO, F., ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J.G., GADOW, K.V.; 2007. Merchantable volume system for pedunculate oak in northwestern Spain. *Ann. For. Sci.* 64 (5), 511-520.

BURKHART H.E.; 1977. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. *South J. Appl. For.* 1, 7-9.

CAO, Q.V.; BURKHART, H.E.; MAX, T.A.; 1980. Evaluation of two methods for cubic-foot volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. *For. Sci.* 26, 71-80.

CLARK, A.; THOMAS, C.E.; 1984. Weight equations for southern tree species. When are and what is needed. In: Daniels, R.F.; Dunhan P.H. (Eds.); *Proceedings of the 1983 southern forest biomass workshop: fifth anual meeting of the Southern Forest Biomass Working Group*, Charleston, S.C., June 15–17, 1983, USDA Forest Service Southern Forest Experimental Station, Asheville, N.C., pp. 100-106.

CLUTTER, J.L.; 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *For. Sci.* 26, 117-120.

DIÉGUEZ-ARANDA, U.; ROJO ALBORECA, A.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J. G.; BARRIO-ANTA, M.; CRECENTE-CAMPO, F.; GONZÁLEZ GONZÁLEZ, J. M.; PÉREZ-CRUZADO, C.; RODRÍGUEZ SOALLEIRO, R.; LÓPEZ-SÁNCHEZ, C. A.; BALBOA-MURIAS, M. A.; GORGOSO VARELA, J. J.; SÁNCHEZ RODRÍGUEZ, F.; GÓMEZ-GARCÍA, E.; 2012. Adenda A. Actualización de modelos disponibles a fecha de 29/10/2012. En *Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia* (p. 17).

DIÉGUEZ-ARANDA, U.; ROJO ALBORECA, A.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ GONZÁLEZ, J. G.; BARRIO-ANTA, M.; CRECENTE-CAMPO, F.; GONZÁLEZ GONZÁLEZ, J. M.; PÉREZ-CRUZADO, C.; RODRÍGUEZ SOALLEIRO, R.; LÓPEZ-SÁNCHEZ, C. A.; BALBOA-MURIAS, M. A.; GORGOSO VARELA, J. J.; SÁNCHEZ RODRÍGUEZ, F.; 2009. *Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia*. Xunta de Galicia. 259 páginas.

FANG, Z.; BORDERS, B.E.; BAILEY, R.L.; 2000. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *For. Sci.* 46, 1-12.

GREGOIRE, T.G.; SCHABENBERGER, O.; 1996. A non-linear mixed-effects model to predict cumulative bole volume of standing trees. *J. Appl. Stat.* 23, 257-271.

MARM (MINISTERIO DE MEDIO AMBIENTE, MEDIO RURAL Y MARINO); 2011. *Cuarto Inventario Forestal Nacional*. Galicia.

MYERS, R.H.; 1990. Classical and Modern Regression with Applications, second ed. Duxbury Press, Belmont, California.

PINHEIRO, J.C.; BATES, D.M.; DEBROY, S.; SARKAR, D.; R CORE TEAM; 2015. nlme: Linear and Nonlinear Mixed Effects Models.

R CORE TEAM; 2016. R: a language and environment for statistical computing. Vienna, Austria.

REED, D.; GREEN, E.; 1984. Compatible stem taper and volume ratio equations. For. Sci. 30, 977-990.

TESHOME, T.; 2005. A ratio method for predicting stem merchantable volume and associated taper equations for *Cupressus lusitanica*, Ethiopia. For. Ecol. Manage. 204, 171-179.

TOMÉ, M.; RIBEIRO, F.; SOARES, P.; 2001. O modelo Globulus 2.1. Universidade Técnica de Lisboa-ISA, GIMREF.

VALDEZ, J.R.; LYNCH, T.B.; 2000. Ecuaciones para estimar volumen comercial y total en rodales aclareados de pino patula en Puebla, Mexico. Agrocienca 34, 747-758.

VAN DEUSEN, P.C.; SULLIVAN, A.D.; MATNEY, T.G.; 1981. A prediction system for cubic foot volume of loblolly pine applicable through much of its range. South. J. Appl. For. 5, 186-189.